47812

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2026
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2026
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2026

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

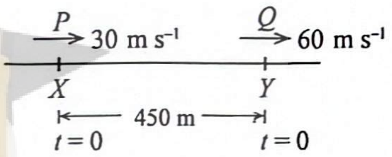
10 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

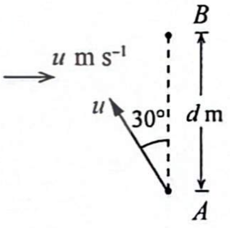
(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (*a*) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, X හා Y යනු සෘජු මාර්ගයක 450 m ක් ඈතින් වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. කාලය $t = 0$ හිදී P මෝටර් රථයක් 30 m s^{-1} වේගයක් ඇතිව $\overrightarrow{XY}$ හි දිශාවට X ලක්ෂ්‍යය පසුකර මාර්ගය දිගේ $f \text{ m s}^{-2}$ $(f > 0)$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් චලනය වේ. $t = 0$ වන මොහොතේදී ම, තවත් Q මෝටර් රථයක් 60 m s^{-1} වේගයක් ඇතිව $\overrightarrow{XY}$ හි දිශාවට Y ලක්ෂ්‍යය පසුකර මාර්ගය දිගේ $f \text{ m s}^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින්, එය 90 m s^{-1} වේගයකට ළඟා වන තෙක් චලනය වී ඉන්පසු එම දිශාවට ම එම නියත වේගයම පවත්වාගෙන යයි. P හා Q මෝටර් රථ $t = 25$ s වන මොහොතේදී හමුවන බව දී ඇත. එකම රූපසටහනක, $t = 0$ සිට $t = 25$ s දක්වා P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.



ඒ නයින්, $f = 6$ බව පෙන්වා, X සිට Q හමුවන තෙක් P ගමන් කළ දුර 2625 m බව පෙන්වන්න.

(*b*) ගඟක් නැගෙනහිර දෙසට $u \text{ m s}^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයක් ඇතිව ගලයි. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, A හා B ලක්ෂ්‍ය $AB = d$ m හා A යන්න B ට දකුණින් වන පරිදි ගඟේ පෘෂ්ඨය මත වූ අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. එක්තරා මොහොතකදී, පොළවට සාපේක්ෂව සරල රේඛීය පෙතක $u \text{ m s}^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් උතුරෙන් බටහිරට 30° ක කෝණයක් සාදන දිශාවට යාත්‍රා කරන P බෝට්ටුවක් A ලක්ෂ්‍යයේදී නිරීක්ෂණය කරනු ලබයි. ජලයට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගය සොයන්න.



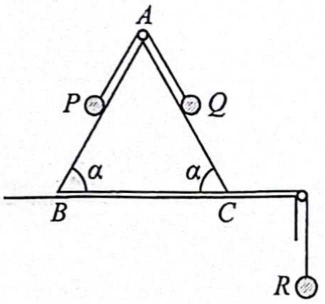
මෙම මොහොතේදී ම, ජලයට සාපේක්ෂව සරල රේඛීය පෙතක $v \text{ m s}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයකින්, P අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් යාත්‍රා කරන Q බෝට්ටුවක් B ලක්ෂ්‍යයේදී නිරීක්ෂණය කරනු ලබයි; මෙහි $\frac{3u}{2} < v < \sqrt{3}\,u$ වේ. P ව අල්ලා ගැනීමට Q ට යාත්‍රා කළ හැකි දිශා දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

මෙම දිශා දෙකෙන් P අල්ලා ගැනීමට Q ගන්නා කාල අතර වෙනස $\dfrac{d\sqrt{4v^2 - 9u^2}}{(3u^2 - v^2)}$ බව පෙන්වන්න.

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

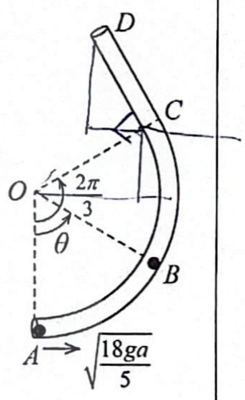
CamScanner

12. (*a*) ස්කන්ධය M වූ සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ ABC සිරස් හරස්කඩ රූපයේ දැක්වේ. BC අයත් මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇති අතර AB හා AC යනු ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. තවද, $A\hat{B}C = A\hat{C}B = \alpha$ වේ. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $2m$ හා m වූ P හා Q අංශු දෙකක් A හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇත. තන්තුව තදව ඇතිව, P අංශුව AB මත අල්වා තබා ඇති අතර Q අංශුව AC මත අල්වා තබා ඇත. කුඤ්ඤයෙහි C ලක්ෂ්‍යයත් ස්කන්ධය $4m$ වූ R අංශුවකුත් මේසයේ දාරයකට සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇත. තන්තු, ABC අඩංගු සිරස් තලයේ ම පිහිටා ඇති අතර R අංශුව නිදහසේ එල්ලෙයි. පද්ධතිය, රූපයේ දක්වා ඇති පිහිටුමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ.



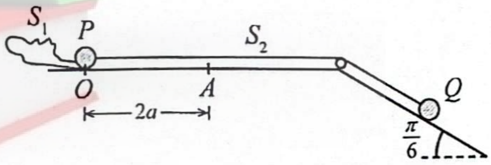
කුඤ්ඤයේ ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.

(*b*) තලයක වූ $ABCD$ සුමට සිහින් බටයක්, අරය a, කේන්ද්‍රය O හා $A\hat{O}C = \frac{2\pi}{3}$ වූ ABC වෘත්තාකාර කොටසකින් හා OC සමග $\frac{\pi}{2}$ කෝණයක් සාදන සෘජු CD කොටසකින් සමන්විත වේ. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, OA සිරස්ව ඇතිව බටය සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් බටය තුළ A හිදී තබා, එයට බටය තුළ චලනය වීමට, විශාලත්වය $\sqrt{\frac{18ga}{5}}$ වූ තිරස් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. එය O වටා $\theta\left(0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}\right)$ කෝණයකින් හැරුණු විට අංශුවේ වේගය v යන්න $v^2 = \frac{2ga}{5}(4+5\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා එය මෙම පිහිටීමේ ඇති විට, බටය මගින් අංශුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



අංශුව D වෙත ළඟා වීමට පෙර නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බව උපකල්පනය කරමින් අංශුව CD දිගේ ගමන් කළ දුර සොයන්න.

13. ස්වභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය Mg වූ S_1 සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් අන්තයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් අන්තය ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඈඳා ඇත. තවත් S_2 සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් අන්තයක් ද P අංශුවට ඈඳා ඇති අතර, අනෙක් අන්තය ස්කන්ධය M වූ තවත් Q අංශුවකට ඈඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, P අංශුව O හි තබා ඇත්තේ S_1 තන්තුව බුරුල්ව ඇතිව හා S_2 තන්තුව තදව ඇතිව මේසයේ දාරයට සවි කළ සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් යමින් Q අංශුව තිරසට $\frac{\pi}{6}$ කෝණයකින් ආනත සුමට තලයක් මත පිහිටමිනි. S_2 තන්තුව සිරස් තලයක පිහිටන්නේ එහි ආනත තලය මත ඇති කොටස ආනත තලයේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ පිහිටමිනි. රූපයේ ලකුණු කර ඇති පරිදි, A යනු $OA = 2a$ වන පරිදි මේසය මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. A ට ළඟා වන විට P හි වේගය සොයන්න.



P කප්පිය වෙත ළඟා නොවන බව උපකල්පනය කරමින්,

S_1 තන්තුව තදව ඇතිව, P හි පසුව එන චලිතයේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{Mg}{2(M+m)a}(x-a) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වේ.

$X = x - a$ ලෙස ගනිමින්, ඉහත චලිත සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන් නැවත ලියා දක්වන්න; මෙහි $\omega\,(>0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයකි.

$\dot{X}^2 = \omega^2(C^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිත කරමින්, මෙම චලිතයෙහි විස්තාරය C සොයන්න.

O හි සිට නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහළ පසු, P නැවත පළමුවරට නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{2(M+m)a}{Mg}}\left[2+\pi-\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

[නවවැනි පිටුව බලන්න.

CamScanner

14.(a) සුපුරුදු අංකනයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ හා $\alpha\mathbf{i} - \mathbf{j}$ වේ. OA හා OB රේඛා ලම්බ වේ; මෙහි O යනු මූලය වේ. $\alpha = 2$ බව පෙන්වන්න.

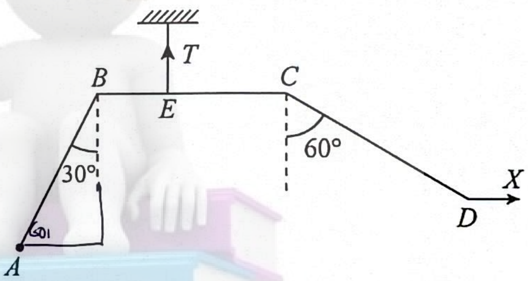
C යනු පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{4}{3}\mathbf{i} + \mathbf{j}$ වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. A, B හා C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය බව පෙන්වා $AC : CB$ සොයන්න.

දැන්, D යනු OD යන්න AD ට ලම්බ වන පරිදි OC මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{2}{5}(4\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ බව පෙන්වන්න.

(b) Oxy-තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙළින් $A \equiv (2a, 0)$, $B \equiv (0, 2a)$, $C \equiv (-2a, 0)$ හා $D \equiv (0, -2a)$ ලක්ෂ්‍යවලදී ක්‍රියාකරන $2P\mathbf{i} + 4P\mathbf{j}$, $3P\mathbf{i} - P\mathbf{j}$, $-5P\mathbf{i} + 2P\mathbf{j}$ හා $2P\mathbf{i} - 3P\mathbf{j}$ යන බල හතරෙන් සමන්විත වේ; මෙහි P හා a ධන නියත වේ. මෙම බල පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා එහි විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

දැන්, E, F, G හා H යනු පිළිවෙළින් AB, BC, CD හා DA හි මධ්‍යලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. පිළිවෙළින් $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{EF}$ හා $\overrightarrow{GH}$ දිගේ ක්‍රියාකරන විශාලත්ව $\sqrt{2}\alpha P, \beta P$ හා γP වූ බල තුනක් ඉහත බල පද්ධතියට එකතු කරනු ලබන්නේ බල හතකින් සමන්විත නව පද්ධතිය, වාමාවර්ත අතට ක්‍රියාකරන ඝූර්ණය $8Pa$ වූ බල යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදි ය. α, β හා γ හි අගයන් සොයන්න.

15.(a) සමාන $2a$ දිගින් හා සමාන W බරින් යුත් AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුන B හා C අන්තවලදී සුමටව සන්ධි කර ඇති අතර A අන්තය, අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසව් කර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් අන්තයක් BC මත E ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් අන්තය, E ට සිරස්ව ඉහළින් සිවිලිමක් මත ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, දඬු තුන සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ තන්තුව තදව BC දණ්ඩ තිරස්ව හා AB හා CD දඬු සිරස සමග පිළිවෙළින් $30°$ හා $60°$ කෝණ සාදන පරිදි D හිදී යෙදූ විශාලත්වය X වූ තිරස් බලයක් මගිනි.



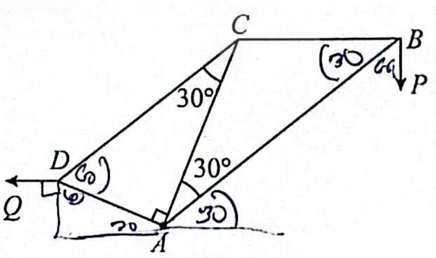
(i) $X = \frac{\sqrt{3}}{2}W$,

(ii) $T = 4W$, හා

(iii) $BE = \frac{3}{4}a$

බව පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, ඒවායේ අන්තවලදී සුමටව සන්ධි කළ AB, BC, AC, AD හා CD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. $AC = BC = 2a$, $B\hat{A}C = A\hat{C}D = 30°$ හා $C\hat{A}D = 90°$ බව දී ඇත. P N භාරයක් B සන්ධියෙන් එල්ලා ඇත. රාමු සැකිල්ල A හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර BC තිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ එයට D සන්ධියෙහිදී විශාලත්වය Q N වූ තිරස් බලයක් රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි යෙදීමෙනි.



BC දණ්ඩෙහි ප්‍රත්‍යාබලය, විශාලත්වය $10\sqrt{3}$ N වූ ආතතියක් නම් බෝ අංකනය භාවිතයෙන් B, C හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.

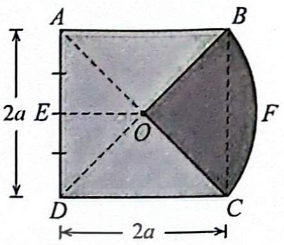
ඒ නයින්, $P = 10$ හා $Q = 30\sqrt{3}$ බව පෙන්වා AB, AC, AD හා DC දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් ඒවා සොයන්න.

16. (i) $PQ = PR$ හා P තුළින් වූ මධ්‍යස්ථයේ දිග h වූ PQR ඒකාකාර සමද්විපාද ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P සිට $\frac{2h}{3}$ දුරකින් ද,

(ii) අරය a හා එහි කේන්ද්‍රයෙහි රේඩියන 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක හැඩය ඇති ඒකාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{3}\cdot\frac{\sin\alpha}{\alpha}$ දුරකින් ද,

පිහිටන බව පෙන්වන්න.

රූපයේ පෙන්වා ඇති L ආස්තරය, පැත්තක දිග $2a$, කේන්ද්‍රය O හා පෘෂ්ඨීක ඝනත්වය ρ වූ $ABCD$ ඒකාකාර සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයෙන් BOC ත්‍රිකෝණාකාර කොටස පළමුව ඉවත් කර, ඉන්පසු, කේන්ද්‍රය O හා පෘෂ්ඨීක ඝනත්වය $\lambda\rho$ වූ $OBFC$ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක හැඩය ඇති ඒකාකාර ආස්තරයක් දෘඪ ලෙස ඇඳීමෙන් සාදා ඇත.



L ආස්තරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට E සිට දුර $\frac{14+\lambda(8+3\pi)}{3(6+\lambda\pi)}a$ බව පෙන්වන්න; මෙහි E යනු AD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ.

L ආස්තරයේ, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O හි ඇති බව දී ඇත. එහි ස්කන්ධය M යන්න $M = \frac{(12+\pi)}{4}a^2\rho$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

දැන්, ස්කන්ධය M හා O හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඇති L ආස්තරය, එයට E හිදී ස්කන්ධය $\frac{M}{2}$ වූ අංශුවක් ඇඳා A ලක්ෂ්‍යයෙන් තන්තුවකින් නිදහසේ එල්ලනු ලැබේ. සමතුලිත පිහිටීමේදී AD යටිඅත් සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

17. (a) නොනැඹුරු කාසියක් තුන්වරක් උඩ දමනු ලැබේ. එක් එක් උඩ දැමීමකදී, පහත දැක්වෙන ආකාරයට පෙට්ටියකට බෝල දමනු ලැබේ:

- හිසක් ලැබුනි නම්, කළු පාට බෝල දෙකක් එයට දමනු ලැබේ.
- අගයක් ලැබුනි නම්, සුදු පාට බෝලයක් එයට දමනු ලැබේ.

ආරම්භයේදී පෙට්ටිය හිස්ව ඇත. බෝල, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම වේ. කාසිය තුන්වරක් උඩ දැමීමෙන් පසු, පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගත් බෝලය කළු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ඉවතට ගත් බෝලය කළු පාට එකක් බව දී ඇති විට, කාසිය තුන්වරක් උඩ දැමීමෙන් පසු පෙට්ටියෙහි කළු පාට බෝල 4 ක් හා සුදු පාට බෝල 1 ක් අන්තර්ගත වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) දින 100 ක් සඳහා නගරයක $^{\circ}C$ වලින් දෛනික සාමාන්‍ය උෂ්ණත්වය x, පහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක්වේ:

දෛනික සාමාන්‍ය උෂ්ණත්වය $^{\circ}C$ වලින් x	දින ගණන
$-2 - 0$	8
$0 - 2$	13
$2 - 4$	25
$4 - 6$	34
$6 - 8$	15
$8 - 10$	5

මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යස්ථය, මාතය, මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

$y = 12 + x$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, මෙම දෛනික සාමාන්‍ය උෂ්ණත්වයන් නව සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකට පරිණාමනය කරනු ලැබේ. පරිණාමික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

❊ ❊ ❊

CamScanner